

# MATHEMATIQUES I

Option scientifique

Rémi CHMURA  
Hervé GUILLAUMIE

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECART-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	2245	10,44	4,46

VOIES PREPARATOIRES			
Scientifique	2245	10,44	4,46

## Description du problème

L'épreuve portait sur l'étude d'un endomorphisme qui, à une fonction  $f$  continue et bornée, associait une fonction définie par une intégrale. La première partie demandait aux étudiants de redémontrer quelques propriétés utiles de la fonction  $\arctan$ . La deuxième partie permettait d'établir quelques propriétés de la

fonction  $\Phi(f) : x \in \mathbb{R} \mapsto \int_0^{+\infty} \arctan(tx) \frac{f(t)}{1+t^2} dt$  et de l'endomorphisme  $f \mapsto \Phi(f)$ . La troisième partie, assez longue, traitait l'exemple de l'image par  $\Phi$  de l'application constante 1. Cette étude assez complète faisait appel à une bonne part du programme d'analyse et permettait finalement de répondre à la première question de la quatrième partie qui, elle, approfondissait l'examen des propriétés de  $\Phi$ .

Les questions étaient de difficulté variée, certaines proches du cours et d'autres demandant de l'initiative et de la réflexion. L'ensemble a permis aux étudiants, maîtrisant les connaissances exigibles et capables d'attention et de rigueur, de progresser dans le problème pour y faire montre de leurs qualités.

Les correcteurs ont trouvé le sujet intéressant, bien construit, long, mais de difficulté raisonnable. Il était conforme au programme et à son esprit.

11%, 16%, 47% et 26% des points du barème ont été affectés aux quatre parties décrites ci-dessus.

## Commentaires sur la correction

Les vœux des correcteurs exprimés avec force dans les rapports des années précédentes semblent avoir été entendus cette année : les copies étaient majoritairement propres, bien présentées. L'effort de rédaction, la mise en évidence des conclusions sont, effectivement, avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, des éléments majeurs dans l'appréciation des copies.

Dans la partie I, si peu de candidats ont été gênés par le fait de devoir redémontrer des propriétés d'une fonction connue, on a constaté avec surprise que, pour obtenir le caractère défini de  $\arctan$ ,

beaucoup se sentent obligés de vérifier d'abord la convergence de  $\int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}$ . On regrette également l'oubli fréquent de l'hypothèse de continuité (existence de primitive, théorème de la bijection où l'hypothèse de monotonie stricte est également écornée).

Dans la partie II, dès sa première question, on entrevoit les difficultés des étudiants à manipuler les inégalités et les valeurs absolues, les questions suivantes confirment cette impression.

Au 9d), l'affirmation  $|h| \ln\left(1 + \frac{1}{h^2}\right) \rightarrow 0$  tend vers 0 par croissances comparées ne pouvait suffire à convaincre les correcteurs, tant, par ailleurs, ils rencontraient de faux équivalents et des justifications farfelues.

A noter également, dans certaines copies, la volonté de faire apparaître un taux d'accroissement pour établir la continuité ...

La partie III était la plus longue. Si l'on a vu la majorité des candidats utiliser correctement l'inégalité de Taylor-Lagrange pour répondre à 11b, les réponses à 11c sont trop rapides voire malhonnêtes. Curieux aussi en 11f que peu de candidats aient correctement utilisé l'imparité de  $g$ .

Attention (12c) à ne pas écrire des intégrales divergentes ! De même en 13b, peu ont tenu compte du problème en la borne 0.

La majoration de 14b comporte plusieurs étapes. Les candidats doivent en avoir conscience et savoir avouer qu'ils n'ont obtenu qu'une partie du résultat. Il est malvenu d'être malhonnête en se contentant finalement de recopier l'inégalité de l'énoncé.

L'existence des intégrales de 15c est généralement bâclée et la limite de 15e résulte le plus souvent d'inégalités hasardeuses (encore !).

La dernière partie n'a réellement été abordée que dans les toutes meilleures copies. Les autres candidats qui voulaient simplement y trouver quelques points à grappiller n'avaient pas le recul nécessaire sur les définitions des objets manipulés pour apporter des réponses convaincantes.

Notons, pour la question 16), que si les candidats voient d'où vient l'inégalité, seuls les meilleurs ont compris que l'égalité venait de la partie III, mais quasiment aucun n'a su le justifier complètement.

## Conclusion

Les candidats, cette année, ont rendu des copies soignées et y ont affiché des qualités de rigueur et d'honnêteté appréciables. Dans la plupart des copies, étaient lisibles les efforts consentis durant l'année pour assimiler les bases techniques et les fondamentaux du programme.

Un regret néanmoins : les nombreuses confusions entre les notions de fonctions majorées et bornées et les manipulations trop hasardeuses de la valeur absolue.

Le barème adopté a engendré un très bon étalement des notes et le sujet a permis finalement de bien distinguer les meilleurs étudiants. Plusieurs excellentes copies ont obtenu la note maximale. L'écart-type de l'épreuve s'établit à 4,46 pour une moyenne générale de 10,44.