

MATHÉMATIQUES T
(ÉPREUVE N° 294)
ANNEE 2018
ÉPREUVE CONÇUE PAR BSB BURGUNDY SCHOOL OF BUSINESS
VOIE ECONOMIQUE ET COMMERCIALE

1 – Le sujet

Le sujet proposé aux candidats était constitué de 4 exercices recouvrant une très large partie du programme des deux années.

- Exercice 1 – Algèbre linéaire. Diagonalisation d'une matrice. Application au calcul de ses puissances puis étude de trois suites imbriquées. Simulation informatique.
- Exercice 2 – Analyse. Etude d'une fonction (limites – variations – convexité – représentation graphique).
- Exercice 3 – Probabilités discrètes. Une urne contient des boules de différentes couleurs. On fait des tirages successifs d'une boule avec remise. On gagne un point à chaque fois qu'il y a un changement de couleur. Modélisation de cette expérience, étude de la variable aléatoire correspondant au gain du joueur (espérance – variance).
- Exercice 4 – Probabilités. Etude d'une variable aléatoire à densité égale à l'autonomie en heures de la batterie d'un téléphone portable, espérance, variance. Estimation d'un paramètre.

2 – Barème, attentes du jury

L'objectif de l'épreuve ESC est de valoriser les étudiants ayant travaillé avec sérieux et ayant fait un effort de compréhension des démarches mathématiques mises en œuvre pendant leurs deux années de préparation. Les exercices sont souvent proches de ceux que les candidats n'ont pas manqué de rencontrer avec leur professeur. On ne cherche pas à piéger les candidats. Ainsi, les résultats intermédiaires sont le plus souvent donnés afin de permettre à un étudiant ayant échoué à une question de poursuivre l'exercice.

La répartition des points entre les exercices était la suivante :

Exercice 1 : 26%, Exercice 2 : 20%, Exercice 3 : 20%, Exercice 4 : 34%

Le sujet était long et les correcteurs en ont tenu compte.

3 – Remarques de correction

Les correcteurs ont remarqué une très grande hétérogénéité des prestations avec des copies d'un très bon niveau : 78 étudiants obtiennent ainsi la note maximale de 20. Certaines copies, remarquables, pourraient servir de modèle à une correction. On rencontre aussi un grand nombre de notes très basses qui sont obtenues par des candidats en perdition et dont le niveau de compréhension est très faible voire parfois inexistant.

Nous organisons les remarques que l'on peut faire sur le sujet par compétences (cf. programme officiel).

Communiquer par écrit

La dégradation de l'état des copies se poursuit. L'écriture est souvent déplorable (à la limite de la lisibilité pour certaines copies), l'absence de soin (ratures, résultats peu mis en valeur, mauvaise numérotation des questions, traitement des questions dans le désordre) rend la correction pénible.

Le français est trop souvent approximatif. L'orthographe est le plus souvent défailante.

Comme chaque année les tentatives de « bluff » sont nombreuses. Elles sont bien sûr sanctionnées par les correcteurs.

Interpréter

Cette compétence n'est que rarement acquise. Ainsi dans l'exercice 4 seule une poignée d'étudiants réussit à trouver la durée de vie moyenne d'un téléphone. Trop d'étudiants manquent de bon sens et peinent à analyser leurs résultats. Les calculs de deux questions successives peuvent ainsi être incohérents sans que le candidat ne s'en émeuve.

Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates

La plupart des étudiants arrivent à reproduire des séquences vues en classe durant leurs deux années de préparation mais ils le font souvent sans maîtriser les concepts mathématiques qui y sont liés et préfèrent réciter par cœur plutôt que de s'adapter à l'énoncé de l'exercice qu'ils traitent. On note encore cette année des étudiants « hors-sujet » plaquant sur une question une « recette » apprise par cœur mais inadaptée à la question posée.

Modéliser

Les questions d'informatique ont été peu abordées et souvent mal traitées.

Maîtriser les concepts et les techniques mathématiques

Curieusement, les étudiants sont plus à l'aise avec les concepts qui n'ont été abordés qu'en classe préparatoire (matrices, calcul intégral, variables aléatoires à densité). En revanche, certaines lacunes du lycée n'ont pas été comblées. C'est le cas de l'étude des fonctions.

On note également un nombre important de candidats (environ un quart) en difficulté sur des notions de collège : mise au même dénominateur, factorisation, parenthèses, règles de priorité, confusion entre les opérations. Ainsi dans l'exercice 3, trop de candidats sont en difficulté pour calculer :

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$$

4 – Commentaires par exercices

Exercice 1

C'est l'exercice le plus abordé. Dans l'ensemble les étudiants maîtrisent le calcul matriciel et le principe de récurrence. En revanche la notion de polynôme annulateur est mal comprise (beaucoup de $X^2 - X - 6I$) et le lien avec les valeurs propres possibles n'est pas toujours clair.

La question 2b) n'a pas posé de problème aux candidats. Les réponses correctes pouvaient être (conformément au programme) « $AP = PD$ où P est la matrice obtenue à partir des vecteurs propres de A » ou « si P est inversible alors $A = PDP^{-1}$ ».

Le calcul de A^n a donné lieu à beaucoup de tentatives de bluff. Il y a de nombreuses erreurs de parenthèses dans le calcul de D^n .

Les questions d'informatique sont peu abordées. La réponse correcte à la question 5 n'apparaît que dans de très rares cas.

Exercice 2

Cet exercice montre que les questions usuelles d'analyse ne sont pas maîtrisées par la plupart des candidats. Le calcul de limite est le plus souvent défaillant.

Dans la question 1 on s'étonne du nombre de candidats qui cherchent à donner les variations de g sans calculer sa dérivée. Le lien entre $g(0)$ et le signe de g n'est que rarement vu.

Les candidats doivent savoir qu'un calcul de limite donné par une rédaction du type $0/e^\infty$ n'est pas accepté. De la même manière la notion de croissances comparées ne doit pas se limiter à une formule magique. La notion d'asymptote oblique est rarement maîtrisée.

Dans un exercice d'analyse, il est important de vérifier la cohérence entre les différents résultats (variations et limites, convexité et asymptote). Trop peu d'étudiants ont le recul nécessaire pour repérer les contradictions.

Dans l'étude de la convexité les étudiants sont en difficulté pour étudier le signe de $2-x$. Les candidats qui ne répondent que par \wedge ou \vee sont sanctionnés.

Dans une copie, la présence d'une bonne représentation graphique est valorisée car elle permet au correcteur de vérifier les capacités de synthèse et de compréhension du candidat. Hélas, les correcteurs ont trop peu eu l'occasion de voir des représentations graphiques et celles qu'ils ont vues étaient bien souvent farfelues. Il faut noter qu'un nombre important de candidats sont en difficulté pour tracer la représentation graphique d'une droite.

Exercice 3

De façon générale, on trouve beaucoup d'écritures incorrectes à base d'intersections ou de réunions de probabilités ou de variables aléatoires, d'égalités entre probabilités et événements. Les erreurs de calculs sur les fractions sont très nombreuses.

Dans la question 2 les candidats confondent « suivre la même loi que X_2 » avec « suivre également une loi de Bernoulli ». Très peu évoquent l'argument « avec remise » pour justifier que X_3 et X_2 suivent la même loi.

Dans la question 3 les candidats qui ne font que remplir le tableau sans justifier leurs calculs sont bien sûr sanctionnés.

La formule de la variance d'une somme de variables aléatoires non indépendantes est rarement connue.

Enfin, la question d'informatique 5.a) (difficile) n'est pas comprise ou que très rarement. Cela n'empêche pas les bons candidats de répondre correctement à la question 5.b).

Exercice 4

C'est l'exercice le moins abordé mais quand il l'est c'est souvent bien. Dans la question 1 les calculs de primitives sont souvent corrects. En revanche la rédaction est défailante. La convergence des intégrales est affirmée plus que démontrée.

Dans la question 2 les candidats démontrent qu'ils connaissent leur cours. L'étude de la continuité par morceaux de f est souvent superficielle.

Les formules permettant de calculer $E(X)$ et $V(X)$ sont le plus souvent connues. On regrette le nombre important de candidats qui refont les calculs déjà faits dans la question 1.

La question 4.a) été le plus souvent bien traitée par les candidats qui l'ont abordée. C'est aussi le cas de la question 5.a) montrant que pour certains il s'agit presque d'une question de cours. L'inégalité de Bienaymé – Tchebychev est bien connue des étudiants qui arrivent jusque-là.

La question 5.e) n'a été abordée que dans les très bonnes copies et a été traitée correctement par moins de dix candidats.

5 – Conseils aux futurs candidats

L'épreuve ESC est conçue pour les étudiants sérieux qui ont travaillé avec régularité tout au long de leurs deux années de préparation. Les exercices sont souvent proches de ceux que les candidats n'auront pas manqué de rencontrer avec leur professeur. On attend des candidats qu'ils soient capables de citer avec précision les théorèmes qu'ils utilisent et d'en citer les hypothèses.

Il est donc conseillé aux étudiants de connaître parfaitement les énoncés des théorèmes fondamentaux et de s'entraîner sur les exercices qu'ils auront rencontrés durant leurs deux années de préparation. Ils sauront ainsi s'adapter aux exercices de cette épreuve en apportant la rigueur nécessaire dans les solutions et en respectant les notations qu'ils ont rencontrées tout au long de l'année.

La présence d'une bonne représentation graphique est valorisée dans les copies. On invite les candidats à s'entraîner toute l'année à tracer l'allure de courbes afin d'être capables de se lancer le jour de l'épreuve.

Les questions d'informatique sont bien dotées en points et ne nécessitent pas un investissement considérable. Il ne faut pas négliger cette partie du programme.

Le jour de l'épreuve, on invite les candidats à lire en entier l'énoncé de chacun des exercices avant de commencer à les résoudre. Cela permet d'en comprendre la logique et d'éviter ainsi, peut-être, de réciter des séquences type sans les comprendre.