

**MATHÉMATIQUES T (Épreuve n° 285)**  
**ANNÉE 2016**  
**Épreuve conçue par ESCP Europe**  
**Voie économique et commerciale**

**Le sujet**

L'épreuve de mathématiques de l'option technologique comprenait quatre exercices indépendants dont le contenu couvrait un large spectre du programme.

En particulier, cette année inaugurait le nouveau programme de mathématiques de la voie technologique (en vigueur depuis 2015 dans les voies scientifique et économique) avec notamment l'introduction de l'informatique (langage Scilab), les notions de valeur propre et de polynôme annulateur d'une matrice et celles d'estimateur ponctuel, de biais et de risque quadratique.

L'épreuve de cette année a fait la part belle à toutes ces nouvelles notions.

L'exercice 1 d'algèbre proposait l'étude d'une diagonalisation d'une matrice en utilisant la notion de polynôme annulateur.

L'exercice 2 concernait l'étude d'une suite (sens de variation, convergence, calcul de limite) et demandait d'une part, de compléter un programme Scilab et d'autre part, de commenter le résultat d'un programme Scilab.

L'exercice 3 étudiait tout d'abord les propriétés fondamentales d'une variable aléatoire à densité dont la loi dépendait d'un paramètre  $a$  : fonction de répartition, densité, espérance et variance. Dans un deuxième temps, à partir d'un échantillon de la variable aléatoire considérée, on définissait deux estimateurs du paramètre supposé inconnu  $a$  dont on comparait les propriétés (biais, risque quadratique).

Enfin, l'exercice 4 concernait un modèle classique de déplacement d'une puce sur un axe gradué. Il permettait de balayer une large partie du programme ayant trait aux variables aléatoires discrètes (loi, espérance, variance, covariance, coefficient de corrélation linéaire, etc.) et proposait deux questions de Scilab (compléter un code et déterminer la sortie graphique d'un programme).

**Résultats statistiques**

La note moyenne des 1189 candidats à cette épreuve est de 9,44 avec un écart-type de 5,39. Les statistiques sont supérieures à celles du concours 2015, et la valeur élevée de l'écart-type révèle une très forte hétérogénéité du niveau mathématique des candidats de cette option.

Les résultats par école sont les suivants :

- HEC (481 candidats) – moyenne : 11,76 ; écart-type : 5,39.
- ESCP Europe (573 candidats) – moyenne : 11,64; écart-type : 5,27.

Un peu plus du tiers des candidats, soit 439 candidats, ont obtenu une note supérieure à 12 et 177 candidats ont eu une note supérieure à 16 ; la note 20 fut attribuée à 18 candidats.

La note médiane est de 9,3, les deux autres quartiles étant respectivement égaux à 5,1 et 14,5. Les poids respectifs des quatre exercices dans le barème de notation étaient de 20%, 20%, 26% et 34%.

Pour obtenir la note maximale de 20, il fallait totaliser au moins 80% des points du barème, ce qui correspondait pratiquement à la résolution correcte des exercices 2, 3 et 4.

Notons enfin que les questions de Scilab représentaient environ 10% des points de barème.

## Commentaires

Malgré l'introduction du nouveau programme, plus chargé que les programmes précédents, le jury a constaté cette année, une augmentation significative du nombre d'excellentes copies et une nette amélioration du niveau général de mathématiques par rapport aux concours passés.

En particulier, les questions de Scilab sont dans l'ensemble très souvent abordées et souvent réussies.

Cependant, on retrouve en voie technologique les mêmes lacunes en analyse que dans les autres voies.

Les erreurs les plus fréquentes sont résumées ci-dessous.

### Exercice 1

Une majorité de candidats utilisent l'article défini « *le* » à la place de l'article indéfini « *un* » pour évoquer la notion de polynôme annulateur ; on trouve ainsi : «  $R(A) = A^3 - A^2 - 2A$  est le polynôme annulateur de la matrice  $A$  ».

Dans la question 2.c), beaucoup de candidats initialisent leur récurrence à  $n = 0$  alors que l'énoncé spécifie que  $n \geq 1$ .

La valeur propre 0 semble énormément gêner nombre de candidats ; d'ailleurs, on note très souvent des confusions entre matrice inversible et matrice diagonalisable.

De même, une erreur fréquente consiste à confondre les racines de  $R(A)$  et les valeurs propres possibles de  $A$ . On lit ainsi « les racines *possibles* du polynôme  $R$  sont 0, -1 et 2 ».

### Exercice 2

Cet exercice a fait l'objet de beaucoup de confusions et d'inexactitudes.

Ainsi, on trouve assez souvent : «  $f$  est positive car elle est croissante » ou encore «  $f$  est décroissante, donc la suite  $(u_n)$  est décroissante ».

De même, on confond suite majorée et suite minorée !

Enfin, l'inégalité  $\ln(1+x) \leq x$  n'a jamais été démontrée à l'aide d'un simple argument de concavité. Toutefois, il est clair que les candidats qui ont résolu cette question à l'aide d'une étude de fonction n'ont évidemment pas été pénalisés. On trouve également chez nombre de candidats toute une série d'inégalités farfelues !

### Exercice 3

Le calcul de la dérivée de  $(x/a)^{3n}$  donne lieu à de très nombreuses erreurs.

On trouve très fréquemment « la probabilité d'une variable aléatoire » et assez souvent une limite de probabilité qui vaut  $+\infty$ , voire  $-\infty$ .

La « linéarité de la variance » est très souvent invoquée !

En revanche, l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev (au programme depuis cette année) est très souvent bien connue.

### Exercice 4

A la question qui demande de donner la loi d'une variable aléatoire, une majorité de candidats veulent absolument reconnaître une loi de probabilité connue et étudiée en cours.

De même, croyant reconnaître une loi binomiale, certains candidats explicitent le schéma général binomial sans se référer à la situation précise de l'exercice !

On trouve toujours trop souvent les confusions entre les notions d'événement, de variable aléatoire ou de probabilité. Ainsi, on lit fréquemment (question 5): «  $(X_n, Y_n, Z_n)$  est un système complet d'événements ».