

**MATHEMATIQUES S**  
**(épreuve n° 281)**  
**ANNEE 2017**  
**Épreuve conçue par ESSEC Voie scientifique**

**Description du problème**

L'épreuve portait sur l'étude de points extrémaux et permettait d'obtenir le résultat suivant : les points extrémaux de l'ensemble des matrices bistochastiques sont les matrices de permutation.

L'introduction de la notion de point extrémal se fait d'abord dans le segment  $[0,1]$ , puis dans un espace de matrice  $2 \times 2$  ; on s'intéresse ensuite dans un espace euclidien aux points qui réalisent le diamètre d'une partie bornée. Enfin, on étudie plus précisément les propriétés des matrices de permutation dans l'ensemble des matrices bistochastiques.

Les questions étaient de difficulté variée, certaines proches du cours et d'autres demandant de l'initiative et de la réflexion. Aucune n'appelait à des développements trop longs ou trop techniques, ce qui a évité aux candidats de se fourvoyer et de s'égarer. L'ensemble a permis aux étudiants maîtrisant les connaissances exigibles et capables d'attention et de rigueur de progresser dans le problème pour montrer leurs qualités.

L'indépendance des parties a permis à certains étudiants ayant mal démarré le problème d'obtenir d'excellentes notes grâce à leur travail, notamment dans la troisième partie.

Les correcteurs ont trouvé le sujet intéressant, bien construit, de difficulté adaptée et conforme à l'esprit du programme.

4%, 18%, 10% et 68% des points du barème ont été affectés aux quatre parties décrites ci-dessus.

**Commentaires sur la correction**

Cette année encore, les copies étaient majoritairement soignées et bien présentées. L'effort de rédaction, la mise en évidence des conclusions sont avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, des éléments majeurs dans l'appréciation des copies.

L'introduction (Partie 0) a eu peu de succès. Seuls quelques candidats comprennent la question 1, beaucoup avancent de mauvais arguments. A l'inverse, le jury a apprécié que certaines copies illustrent un raisonnement clair à l'aide d'un dessin.

La partie I a été diversement traitée par les candidats. Les questions de réduction comme la question 5 sont en général bien traitées ; la question 4 a souvent été le déclencheur de la compréhension de la notion de point extrémal. Néanmoins, le jury regrette souvent un manque d'attention et de rigueur (questions 3b et 5c notamment).

Dans la partie II, le jury a été choqué par la mauvaise utilisation de l'inégalité triangulaire et de ses conséquences ; elle est de plus souvent confondue avec le théorème de Pythagore.

La dernière partie représentait le cœur du problème. La question 8 sur les propriétés des matrices bistochastiques a souvent été bien traitées par les candidats, même si peu ont su profiter de la piste offerte par la question 8c pour traiter la question 8d dans calcul... La question 9 était le sas d'entrée et permettait aux candidats clairvoyants de terminer la problème et de s'en approprier l'objectif. Les questions 10 et 11 ont été des questions charnières pour les bonnes copies. Beaucoup ont tenté de reprendre pied aux questions 12 et 13 mais malheureusement, on a vu trop d'expressions fausses proposées en 12a, ce qui, parfois, a amené certains à se montrer malhonnêtes en 12b ! La question 13b a également permis de marquer des différences et a bénéficié aux plus rigoureux. Les réponses à la question 14 ne figuraient que dans les très bonnes copies.

### **Conclusion**

Si beaucoup de copies laissent apparaître des lacunes criantes (manipulation d'inégalités,...) et un manque de recul handicapant pour aborder une épreuve de ce niveau, les bons candidats ont eu l'occasion de prouver leur valeur au travers de copies soignées, toujours appréciées par le jury.

Le barème adopté a engendré un très bon étalement des notes et le sujet a parfaitement permis de distinguer les meilleurs étudiants. Plusieurs excellentes copies ont obtenu la note maximale. L'écart-type de l'épreuve s'établit à 4,03 pour une moyenne générale de 09,88.