EDHEC BUSINESS SCHOOL
Lille - Nice

RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES 2007
(Option scientifique)

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires. Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet sélectif, d'un niveau abordable, permettant de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats (ce qui est le premier but d'un texte de concours).

• L'exercice 1 proposait l'étude de la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par $u_n = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x+\frac{1}{n}}\,dx$.

• L'exercice 2 avait pour but d'étudier l'automorphisme φ de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ défini par :
$\forall M\in\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$, $\varphi(M) = AMA^{-1}$, la matrice A étant donnée par l'énoncé.
Il nécessitait d'avoir des connaissances solides en algèbre linéaire et en algèbre bilinéaire.

• L'exercice 3, se fixait pour objectif de trouver, grâce au théorème de la limite centrée, un équivalent, lorsque n est au voisinage de $+\infty$, de $\int_0^1 z^{n-1}e^{-nz}\,dz$.

• Le problème, portant sur le programme de probabilités, étudiait deux variables aléatoires X et Y, où X (resp Y) désignait le temps d'attente de la première boule noire (resp blanche) lors d'un jeu à deux urnes selon trois procédures différentes. L'informatique y était très présente.

Statistiques :

Pour l'ensemble des 3367 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est de 10,87 sur 20.
33% des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (le quart d'entre eux ayant une note inférieure à 4).
31% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
20% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Analyse des copies :
Dans l'exercice 1, la première question demandait de vérifier que la suite (u_n) était bien définie, ce qui a semblé dérouter une majorité de candidats qui n'ont pas vu que le problème consistait à montrer la convergence de l'intégrale définissant u_n.
L'exercice 2 a révélé certaines failles dans les connaissances de certains candidats en algèbre linéaire ($\dim E = 64$ alors que E est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$, notion de trace pas toujours bien maîtrisée, celle d'endomorphisme symétrique non plus, etc).
L'exercice 3 nécessitait de connaître le théorème de la limite centrée et de savoir que la somme de variables suivant toutes la même loi exponentielle et indépendantes suivait une loi gamma : de nombreux candidats semblent l'ignorer.
Comme d'habitude avec les études de variables aléatoires discrètes, le problème a montré que trop peu de candidats maîtrisent les formules classiques (probabilités totales et probabilités composées) ainsi que la façon de les appliquer : très souvent une explication peu convaincante était donnée. L'informatique a permis à un très petit nombre de candidats seulement de gagner assez facilement des points.

Il faut noter que les copies sont, pour la plus grande part, bien présentées, propres et honnêtes (une majorité de candidats précisent clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée), mais les correcteurs ont constaté que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, certains candidats sont prêts à tout pour faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé (pour les questions portant sur les probabilités notamment) : qu'ils sachent que ceci est sanctionné sévèrement.
Les correcteurs ont trouvé nettement moins de copies très faibles (note inférieure à 4) que l'année dernière, ce qui est peut-être dû à des points facilement "prenables" dans l'exercice 2.

Voici une liste des quelques fautes les plus fréquentes (chacune d'entre elles ayant été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année :

Exercice 1
• Une faute incroyablement fréquente : la convergence d'une intégrale impropre se résume pour une majorité de candidats à la continuité de la fonction intégrée
• De nombreux candidats pensent que l'encadrement $0 \leq w_n \leq \frac{1}{e}$ prouve que la suite (w_n) converge.
• Ayant $0 \leq w_n \leq \frac{1}{e}$, $v_n \geq \frac{1}{e}\ln(n+1)$ et $u_n = v_n + w_n$, il n'est pas question de conclure : $\frac{1}{e}\ln(n+1) \leq u_n \leq \frac{1}{e}$. Il est encore pire d'en déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{e}$.

Exercice 2.
• Commençons par une remarque : il est très insuffisant de remarquer que les matrices I, J, K et L ne sont pas proportionnelles pour conclure qu'elles forment une famille libre.
• Il serait bon d'éviter d'asséner des égalités du genre : $LK = \frac{I}{J}$, alors que I, J, K et L sont des matrices !
• Vu, y compris sur de bonnes copies : $AMA^{-1} = 0$, alors, comme ni A, ni A^{-1} ne sont nulles, "forcément" M est nulle.

Exercice 3
• La faute la plus fréquente : la somme de n variables aléatoires suivant la loi exponentielle de paramètre 1 suit la loi exponentielle de paramètre n.

• L’intégrale suivante est un monstre mathématique : $\int_{-\infty}^{n} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-t}\, dt$.

• L’égalité $\lim_{n\to+\infty} \int_0^1 z^{n-1} e^{-nz} dz = \frac{(n-1)!}{2\, n^n}$, vue très souvent, est un non sens.

Problème

• Une remarque d’ordre général : trop de candidats se contentent de plagier l’énoncé et donnent des explications très succinctes ou floues pour établir le résultat demandé lorsque celui-ci est donné. De plus, ces “explications” étaient souvent les mêmes pour les trois procédures différentes, ce qui a troublé plus d’un correcteur…

• Il faut absolument éviter d’écrire que la série géométrique “dérivée” de raison q converge si $q < 1$, ou pire, si $q \leq 1$.

Conclusion :

Dans leur grande majorité, les candidats présentent de mieux en mieux leur copie, mais les correcteurs regrettent le manque de rigueur d’un trop grand nombre de candidats, ainsi que la malhonnêteté de certains, qui sont manifestement prêts à tout pour trouver les résultats demandés : il faut savoir qu’aucun correcteur n’est dupe.

Rappelons, comme les années précédentes, que l’honnêteté, la simplicité la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu’une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.