

**RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**Concours d'admission sur classes préparatoires
Option économique**

Présentation de l'épreuve :

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.

Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème comme l'année dernière).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet équilibré, plus long, plus sélectif et, peut-être, plus déstabilisant que par le passé du fait de questions ouvertes pour lesquelles il était impossible de deviner la solution. Il a permis de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats, ce qui est le premier but d'un texte de concours.

- **L'exercice 1** proposait l'étude de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie par la donnée de $u_0 = 0$ et par la relation

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 1}{2}. \text{ La dernière question consistait à trouver un développement asymptotique de } u_n.$$

Cet exercice a révélé les failles de certains candidats, notamment en ce qui concerne les mécanismes usuels de calcul (identités remarquables non reconnues), ce qui est relativement grave, et les notions "fines" d'analyse (définition de deux suites équivalentes, d'une suite négligeable devant une autre), ce qui est plus normal.

- **L'exercice 2** étudiait un endomorphisme g de \mathbb{R}^3 afin d'établir que si g^2 est diagonalisable, il n'en est pas nécessairement de même pour g .

Cet exercice montre que les notions de noyau et d'image restent floues pour un nombre significatif de candidats. La différence entre famille génératrice et base est, elle aussi, peu claire chez nombre de candidats.

- **L'exercice 3**, portant sur le programme de probabilités, avait pour objectif d'étudier une suite de n épreuves aléatoires, chacune consistant à lancer une pièce donnant "pile" avec la probabilité p , les lancers s'arrêtant dès l'obtention d'un "pile" ou bien si les n lancers avaient donné "face".

On étudiait plus particulièrement les variables aléatoires T_n (nombre de lancers effectués), X_n (nombre de "Pile" obtenus) et enfin Y_n (nombre de "Face" obtenus). Une simulation informatique des variables T_n , X_n et Y_n était, proposée en fin d'exercice.

Ce type d'exercice permet de distinguer les candidats qui réfléchissent : il a permis aux meilleurs de faire la différence, notamment car certaines questions étaient ouvertes et qu'il fallait vraiment réfléchir pour trouver le résultat.

• **Le problème**, portant aussi sur le programme de probabilités, mais sur la partie "variables à densité", avait pour but de déterminer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire X de densité f donnée par : $\forall x \in \mathbb{R}^+, f(x) = \lambda |x| e^{-\lambda x^2}$.

La suite proposait de montrer que la variable $Y = X^2$ suivait la loi exponentielle de paramètre λ et d'en déduire une simulation informatique de la loi de $|X|$. La fin de ce problème proposait d'estimer, par la méthode du maximum de vraisemblance, le paramètre λ en s'appuyant sur un échantillon de la loi de Y .

Le problème a été abordé avec des fortunes diverses, certains candidats n'ayant visiblement aucune connaissance sur cette partie du programme de seconde année. Dans l'ensemble, il a été plutôt bien réussi par ceux qui ont eu le temps (ou la présence d'esprit) de s'y intéresser.

Statistiques :

• Pour l'ensemble des 3131 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 9,857 sur 20 (inférieure de 0,5 point à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 5,83 (identique à celui de l'année dernière).

• 42 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (dont 18,5 % ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en augmentation de 3,5 % par rapport à l'année dernière.

• 22 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.

• 19 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Conclusion :

Le niveau moyen est moins élevé que l'année dernière et provient d'un nombre plus important de copies très faibles (250 copies ont moins de 2 sur 20). Ceci s'explique en partie par le fait que l'épreuve était un peu plus exigeante que par le passé, mais surtout par le fait que, par exemple, un nombre considérable de candidats ne reconnaissent pas une identité remarquable pourtant célèbre ($u_{n+1} - u_n = u_n^2 - 2u_n + 1$) pour obtenir les variations de la suite (u_n) , un nombre non négligeable confondent famille génératrice et base, inversibilité et diagonalisabilité, et beaucoup font des fautes de calcul (souvent par manque de concentration) qui perturbent gravement le déroulement du raisonnement et empêchent de trouver le bon résultat voire obligent à tricher pour le trouver !

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre assez élevé de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire. Plusieurs correcteurs demandent à ce qu'un certain nombre de points soit affecté à la présentation des copies.

Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.