MATHEMATIQUES III

Option économique

Geneviève ROCHE
Éric GUICHET

1110 candidats ont composé cette année sur l'épreuve de mathématiques III

Le sujet

Comme à l'accoutumée, l'épreuve comportait deux exercices.

Le premier, un problème d'optimisation, mêlait probabilités discrètes et fonctions de deux variables ; le second, qui représentait près des trois quarts des points, étudiait différentes simulations informatiques de variables aléatoires usuelles, en particulier la méthode d'inversion, et comparait la complexité de certains des algorithmes.

Bilan de la correction des copies

À de très rares exceptions près, les candidats ont abordé les deux exercices.

Le jury tient à rappeler en préambule qu'un énoncé comporte nécessairement des formules à démontrer Celles-ci sont généralement données afin de guider les candidats dans leurs calculs et de permettent à ceux d'entre eux qui sont bloqués de poursuivre le problème Ces questions, dont le résultat est donné, doivent donc faire l'objet de la plus grande rigueur de la part des candidats et les correcteurs sanctionnent très sévèrement les trop fréquentes tentatives de « passage en force ».

- **Exercice 1** (probabilités et fonctions de deux variables)

En partant d'une situation très simple (deux urnes et des boules de deux couleurs différentes), il apparaissait naturellement une fonction de deux variables dont il fallait déterminer l'éventuel maximum.

Dans un premier temps, il s'agissait de réduire le champ d'investigation. « Obnubilés » par leur fonction de deux variables, les candidats n'ont pas toujours su voir la symétrie du problème ni gérer les deux cas particuliers (où l'une des deux urnes était vide). Dans la question **3. d)**, très peu d'entre eux ont su (pensé à ?) factoriser pour résoudre l'équation proposée.

Dans un second temps, la recherche du maximum passait par l'étude de deux fonctions successives qui n'ont présenté aucune difficulté. En revanche, il est étonnant – voire regrettable – que les candidats n'aient très majoritairement pas su conclure, ne faisant pas le lien avec ce qui précédait et n'ayant donc finalement pas compris la démarche qui leur était proposée.

- **Exercice 2** (probabilités et informatique)

Partie I (Lois binomiales)

Même si les notions abordées sont familières (schéma de Bernoulli, lois conditionnelles, formule du binôme), un nombre non négligeable de candidats ne sont pas parvenus à répondre de façon satisfaisante à des questions classiques.

Il est ainsi parfois affirmé dans **2. b)** que $(Y=i)_{1\leq i\leq n}$ est un système complet d'événements, en « oubliant » que Y prend la valeur 0 avec une probabilité non nulle On assiste à des tours de passe-passe sous le symbole Σ et à des glissements d'indice à l'esbroufe pour obtenir le résultat voulu.

Dans **2. c)**, le nombre moyen d'appels à la fonction **random** prend fréquemment la valeur $n\,p_1p_2$, ce qui met en évidence un recours inadapté à de vagues souvenirs au détriment d'une véritable analyse du programme informatique en jeu

Partie II (Méthode d'inversion)

Pour obtenir la fonction de répartition de la variable aléatoire $-\dfrac{1}{a}\ln(1-U)$ puis établir les égalités $\mathrm{P}(k-1\leq Y<k)=(\mathrm{e}^{-a})^{k-1}(1-\mathrm{e}^{-a})$ et $\mathrm{P}\big(Q(U)=x_k\big)=p_k$ (questions **1. a)**, **2. b) i)** et **3. a)**), il ne suffisait évidemment pas de procéder à des transformations d'écriture mécaniques : des justifications rigoureuses et précises s'avéraient indispensables à chaque étape, ce qui n'a pas échappé aux meilleurs des candidats

Les questions qui portaient sur l'informatique se sont révélées très discriminantes, en partie d'ailleurs parce qu'elles exigeaient une compréhension synthétique et poussée des situations étudiées.

À partir de la question **3.**, une majorité d'étudiants se contentent d'aller glaner quelques points en repérant des questions calculatoires. Mais un simple survol ne suffisait pas pour saisir l'articulation de la démarche et a souvent conduit à des impasses Ce n'est qu'exceptionnellement qu'a été abordée la question **4. b)** ; quelques candidats ont repéré avec pertinence une erreur d'énoncé ; effectivement, il s'agissait obtenir les inégalités : $a_0\geq a_1\geq\ldots\geq a_{2n}$, qui s'inscrivaient naturellement dans l'enchaînement des questions.

Enfin, il reste à noter que chez les rares candidats qui ont obtenu avec succès l'expression de m_n', la recherche d'un équivalent simple a la plupart du temps posé des difficultés insurmontables

****

Conclusion

Cette année encore, les candidats, dans leur grande majorité, ont prouvé dans cette épreuve le sérieux du travail accompli tout au long de leurs années de préparation, et le sujet a rempli avec succès son rôle discriminant.

Ce n'est qu'exceptionnellement que les consignes concernant la présentation des copies, le soin et la rigueur à apporter dans la rédaction n'ont pas été suivies.

Il ne faut surtout pas omettre de signaler qu'un effort important en informatique a manifestement été effectué avec profit : seule une minorité d'étudiants a été déroutée par la place importante accordée à cette discipline dans le sujet

D'un commun accord, le jury estime le niveau global des copies très convenable ; fort peu de copies indigentes, suffisamment de copies de bonne tenue (certaines se détachant remarquablement de l'ensemble par leur excellence) pour se réjouir de la qualité des compétences en mathématiques acquises par un nombre important de candidats

Moyenne générale : 9,59
Ecart-type : 5,85

Correcteurs : Guy BROUARD, Michel DENGREVILLE, Eric GUICHET , Geneviève ROCHE, Jean-Yves ROUSSEL.