

MATHEMATIQUES S (épreuve n° 280)

ANNEE 2012

Epreuve conçue par H E C

Voie Scientifique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	2 501	10,54	4,68

VOIES PREPARATOIRES			
Scientifique	2 501	10,54	4,68

ECOLES UTILISATRICES			
HEC Paris	2 214	10,99	4,61
ESCP-EUROPE	2 448	10,61	4,67
ENSAE	400	12,76	4,48

Le sujet

Le problème avait pour objet la mise en évidence de quelques propriétés de l'entropie de variables aléatoires discrètes et à densité.

L'entropie, liée à la notion d'information (ou d'indétermination) introduite par Shannon, ne dépend que de la distribution de probabilité des variables aléatoires et mesure la quantité d'information apportée par le résultat d'une épreuve qui dépend du hasard. L'entropie possède des propriétés propres à son origine probabiliste, notamment dans le domaine des sciences humaines et en finance.

Le sujet couvre une assez large partie du programme d'analyse et de probabilités et fait appel à peu de calculs mais à des raisonnements assez fins (question 9 et partie IV par exemple).

La partie I, très progressive, établissait dans un cadre très général, des inégalités de concavité dans lesquelles intervenaient des intégrales généralisées et des séries.

Dans la partie II, on définissait l'entropie d'une variable aléatoire à densité ainsi qu'une « entropie relative » (distance de Kullback-Leibler) ou gain d'information.

La partie III s'intéressait à l'entropie des variables aléatoires discrètes finies et à valeurs dans \mathbb{N}^* . On y déterminait en particulier les lois à entropie maximale.

Enfin, la partie IV proposait une application des résultats précédents à la découverte d'une stratégie optimale dans le cadre de courses hippiques : le critère de Kelly, qui maximise le taux de rendement asymptotique des paris, est en étroite relation avec la notion d'entropie.