MATHEMATIQUES 2S (épreuve n° 283)

ANNEE 2010

Epreuve conçue par CCIP

Voie Scientifique

	NBRE CANDIDATS	MOYENNES	ECARTS-TYPE
RESULTATS GLOBAUX	3 138	9,92	4,57

VOIES PREPARATOIRES			
Scientifique	3 138	9,92	4,57

ECOLES UTILISATRICES			
HEC	2 252	11,17	4,32
ESSEC	2 304	11,19	4,26
ESCP-EUROPE	2 541	10,82	4,36
EMLYON Business School	3 069	9,99	4,56

Le sujet

Il s'agissait cette année d'un problème de probabilités à caractère analytique couvrant un très large spectre du programme de probabilités et de mathématiques générales.

L'objet du problème était de « retrouver » quelques propriétés de la fonction gamma (fonction eulérienne de seconde espèce), les formules de Wilks, Legendre et Stirling notamment, en utilisant des méthodes essentiellement probabilistes.

Les résultats statistiques

La note moyenne des 3138 candidats ayant participé à cette épreuve s'établit à 9,92 avec un écart-type de 4,57.

Près d'un tiers des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et environ 12% de l'ensemble des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16 ; enfin, 3% de candidats, soit une centaine, se situent entre 19 et 20, et parmi ceux-ci, 60 obtiennent la note maximale de 20.

Le barème de notation accordait un poids prépondérant aux deux premières parties (40% et 35% respectivement), tandis que la troisième partie, qui concernait trois propriétés classiques de la fonction gamma, représentait 25% des points du barème.

Commentaires

Les remarques générales qui ressortent de l'examen des copies sont les suivantes :

1.a. Le développement limité à l'ordre deux de $ln(1+x)$ pour x voisin de 0 n'est pas souvent bien connu (erreur de signe fréquente, ce qui montre que la concavité de *ln* n'est pas assimilée) ; la différence $h(n)- ln(n)$ tend donc assez souvent vers 0 avec un ordre de grandeur variable. Les manipulations de développements limités et d'équivalents sont rarement correctes, et les meilleures copies ne sont pas à l'abri de fautes grossières. Cette première question du problème, considérée comme très classique (" suite d'Euler "), fut abordée par 90% des candidats avec un taux de réussite de 15% !

2.b. L'invocation simple du théorème de transfert justifie la convergence de toutes les intégrales possibles !

3.a. Dans cette question, on demandait explicitement de justifier la convergence absolue d'une intégrale. Le plus souvent, les candidats se contentent de faire le calcul pour conclure.

3 b. Bien que la concavité de *ln* soit assez souvent invoquée, une proportion non négligeable d'études de fonctions fait l'objet d'erreurs sur le signe de la dérivée, sur les limites en 0 ou en l'infini, etc.

3.d. Beaucoup de candidats ont cru pouvoir conclure avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, mais se sont contentés d'un passage à la limite sélectif : puisque $\mathbf{E}[X(n)]$ tend vers 0 et que $\mathbf{V}[X(n)]$ tend vers 0, alors : lim $\mathbf{P}[|X(n)| \geq \varepsilon] = \mathbf{P}[|X(n)-\mathbf{E}[X(n)]| \geq \varepsilon] = 0$. De même, certains candidats ont malencontreusement appliqué l'inégalité de Markov au premier ordre en oubliant que $\mathbf{E}[ln\ X(n)] \leq 0$.

4.a. Cette question est très mal traitée. Ainsi, l'inégalité $\mathbf{P}[A \cup B \cup C] \leq \mathbf{P}[A]+\mathbf{P}[B]+\mathbf{P}[C]$ a donné lieu à des hypothèses de validité assez curieuses telles que « les événements A, B et C doivent être indépendants », ou encore « ils doivent être incompatibles ». On lit souvent des implications et des inégalités ($\leq$) entre événements, des inclusions entre variables aléatoires ou entre probabilité.

4.b. Cette question et la suivante révèlent le faible niveau de compréhension des concepts de limite et de variable aléatoire : la plupart des candidats confondent l'égalité (ponctuelle) des variables aléatoires et leur égalité en loi ; il n'est donc pas étonnant qu'ils fassent la confusion entre la convergence en loi et la convergence en probabilités.

5.a. On observe un nombre non négligeable d'erreurs de calcul sur les puissances et les exponentielles.

5.b. L'indépendance des variables aléatoires n'est pas assez souvent mentionnée pour justifier l'application de la formule de convolution. Cette remarque d'absence d'invocation de l'hypothèse d'indépendance vaut également pour les questions 7.b. et 9.a.

5.c. Le changement de variables est justifié de manière assez « floue » très fréquemment.

12. Bien que « les estimateurs » soient au programme, leur définition est généralement méconnue, voire inconnue.

13.b. La fonction qui devait simuler les valeurs prises par une variable aléatoire (ou plutôt un échantillon i.i.d. d'une loi) ne fait souvent que calculer des valeurs de la densité de cette variable.

13.c. Les réponses sont rares, très peu justifiées quand elles ne sont pas complètement fantaisistes.

15.a. Une proportion non négligeable de candidats ont eu le courage de calculer la décomposition en éléments simples (en résolvant un système de quatre équations) et le mérite de trouver les bons coefficients.

15.b. Les équivalents étaient donnés….mais furent rarement trouvés.